



APLIKASI ALJABAR MAX-PLUS DAN PETRI NET DALAM PENENTUAN WAKTU OPTIMAL PRODUKSI TEMPE DI PABRIK TEMPE ASLI HB SAMARINDA

Isna Nadia Khairina^(1*), Qonita Qurrota A'yun⁽²⁾, Hardina Sandariria⁽³⁾

¹Department of Mathematics, Universitas Mulawarman, Indonesia

²Department of Mathematics, Universitas Mulawarman, Indonesia

³Department of Mathematics, Universitas Mulawarman, Indonesia

*Corresponding Author. E-mail: inadia0422@gmail.com

ARTICLE INFO

Article History:

Received: 11-Mar. 2020

Revised: 07-Mei. 2020

Accepted: 08-Mei. 2020

Keywords:

aljabar Max-Plus, petri net, sistem produksi, tempe

ABSTRACT

Efisiensi waktu produksi berperan penting dalam industri makanan, termasuk di pabrik tempe Asli HB Samarinda. Proses pembuatan tempe melibatkan beberapa tahap yang cukup lama, seperti persiapan bahan baku, fermentasi, dan pengasaman. Dalam upaya mengoptimalkan jadwal produksi, aljabar Max-Plus dapat diterapkan untuk meningkatkan pemanfaatan waktu secara efektif dan efisien. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan sistem produksi tempe dengan menggunakan petri net dan menyelesaikan masalah waktu produksi tempe dengan mengoptimalkan waktu produksi menggunakan aljabar Max-Plus. Data penelitian diperoleh melalui hasil wawancara dengan kepala cabang pabrik tempe Asli HB Samarinda. Penggunaan petri net dimanfaatkan untuk membentuk pohon coverability, yang kemudian ditransformasikan ke dalam bentuk model Aljabar Max-Plus. Kemudian dilakukan simulasi model menggunakan data waktu produksi dimulai pada periode ke-t. Hasil yang diperoleh pada penelitian ini menunjukkan bahwa waktu optimal atau waktu minimum untuk produksi tempe adalah 3 hari 6 jam 57 menit setelah waktu produksi dimulai.

Production time efficiency plays an important role in the food industry, including at the Tempe Asli HB Samarinda factory. The tempeh production process involves several lengthy stages, such as the preparation of raw materials, fermentation, and acidification. To optimize scheduling, Max-Plus algebra can be applied to enhance the effective and efficient use of production time. This study aims to construct a model of the tempeh production system using Petri Nets and to solve the tempeh production time problem by optimizing production time using Max-Plus Algebra. The research data was obtained through interviews with the branch manager of the Tempe Asli HB Samarinda factory. Petri nets were used to construct a coverability tree, which was subsequently transformed into a Max-Plus Algebra model. Subsequently, a model simulation was performed using production time data starting at t. The results of this research indicate that the optimal or minimum production time for tempeh is 3 days 6 hours and 57 minutes after production begins.



This is an open access article under the CC-BY-NC-SA license



How to Cite:

Khairina, I. N., A'yun, Q. Q., & Sandariria, H. (2025). Aplikasi aljabar Max-Plus dan Petri Net dalam penentuan waktu optimal produksi tempe di pabrik tempe Asli HB Samarinda. *Journal of Mathematics Education and Science*, 8(1), 38-49. <https://doi.org/10.32665/james.v8i1.4170>

INTRODUCTION

Dalam industri makanan seperti produksi tempe, efisiensi waktu produksi memiliki peranan penting dalam menjaga kualitas produk, mengurangi biaya produksi, dan memenuhi permintaan pasar yang fluktuatif. Meskipun sederhana secara konsep, pembuatan tempe melibatkan serangkaian langkah yang dapat menjadi rumit, seperti persiapan bahan baku, proses fermentasi, dan tahap pengemasan. Untuk mencapai hasil yang maksimal dalam pembuatan tempe, manajemen waktu yang efektif adalah kunci utama mengingat kompleksitas tahapan yang terlibat dan durasi waktu yang dibutuhkan untuk setiap proses. Dengan memperhitungkan bahwa pembuatan tempe melibatkan serangkaian langkah yang memerlukan waktu yang cukup lama, penting bagi pengelola untuk memastikan bahwa waktu digunakan secara optimal dan efisien. Oleh karena itu, bisa digunakan konsep sistem produksi sederhana sebagai upaya untuk meningkatkan efisiensi dan hasil produksi secara keseluruhan. Sistem produksi merupakan kumpulan elemen yang saling terhubung dan mendukung satu sama lain untuk mencapai suatu tujuan tertentu (Dhuha et al., 2023). Sistem produksi sederhana bisa dimodelkan ke dalam struktur sistematis, seperti model matematika.

Pemodelan merupakan suatu proses pembentukan suatu model dari sistem nyata ke dalam bentuk bahasa formal tertentu (Suryani et al., 2021). Model matematika adalah sebuah penyederhanaan dari fenomena alam atau peristiwa yang terjadi, yang direpresentasikan dalam bentuk konsep matematis (Afifah & Putra, 2018). Pemodelan matematika yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan sistem produksi adalah model petri net.

Petri net merupakan salah satu alat untuk memodelkan sistem *event* diskret. Petri net merupakan graf berarah yang memiliki 2 jenis titik yang dinamakan *place* dan transisi (Nurlela et al., 2022). Graf berarah merupakan struktur yang terdiri atas himpunan tak kosong berisi titik-titik, serta himpunan pasangan terurut dari titik-titik tersebut yang dikenal sebagai sisi berarah (*directed edge*) atau *arc* (Rahayuningsih, 2018). *Arc* dilambangkan dengan anak panah (*arrow*), *place* dengan lingkaran (*circles*), dan transisi dengan persegi panjang (*bars*). Hubungan yang dibentuk oleh *arc* tidak menghubungkan *place* dengan *place* atau transisi dengan transisi secara langsung, melainkan menghubungkan *place* dengan transisi atau sebaliknya. Setiap *place* dapat berisi satu atau lebih token yang digambarkan sebagai titik kecil (*dot*) dan berfungsi sebagai representasi material yang berpindah dalam sistem Petri net (Nurlela et al., 2022). Simulasi sistem produksi dengan model petri net dapat ditingkatkan secara nyata dengan pemanfaatan model matematika berbasis aljabar Max-Plus.

Aljabar Max-Plus merupakan suatu struktur aljabar yang himpunan semua bilangan real $\mathbb{R} \cup \{\epsilon\}$ dilengkapi dengan operasi max (maksimum) dan plus (penjumlahan) (Rudhito, 2020). Aljabar Max-Plus digunakan karena kemudahannya dalam mengoptimalkan penjadwalan produksi, sehingga waktu produksi dapat dimanfaatkan secara optimal (Kismanti & Indriyani, 2021). Aljabar Max-Plus menyediakan kerangka kerja matematis yang tepat untuk menganalisis dan mengelola keterbatasan sumber daya serta mengoptimalkan interaksi antar proses dalam waktu nyata. Dengan demikian, penggunaan aljabar Max-Plus dalam mengoptimalkan waktu produksi menjadi relevan untuk meningkatkan efisiensi, mengurangi biaya, dan menjaga daya saing industri dalam pasar yang kompetitif saat ini. Optimalisasi proses produksi menggunakan aljabar Max-Plus dapat memberikan kontribusi yang signifikan di pabrik tempe Asli HB Samarinda.

Pabrik tempe Asli HB Samarinda merupakan sebuah cabang dari jaringan pabrik tempe yang berpusat di Bogor. Berlokasi di Jalan Jakarta, Loa Bakung, Kecamatan Sungai Kunjang, Kota Samarinda, Kalimantan Timur. Pabrik tempe ini memproduksi 1000 kg kacang kedelai setiap harinya. Tempe yang dihasilkan harus melalui proses pembuatan yang ketat dan higienis, menggunakan bahan baku pilihan untuk memastikan rasa yang lezat dan tekstur yang sempurna. Pemasaran tempe dilakukan ke beberapa tempat seperti Pasar Segiri, Loa Janan, Pasar Pagi, Pasar

Kemuning, Pasar Merdeka, Pasar Baka, Palaran, Pasar Kehewanan, Pasar Gerilya, Pasar Rahmat, dan Pasar Separi. Jam kerja pada pabrik tempe Asli HB Samarinda sekitar pukul 05.00 WITA sampai pukul 15.00 WITA. Mengingat kompleksitas dan lamanya proses produksi tempe serta tingginya permintaan produk dari pasar, manajemen waktu produksi seringkali menjadi suatu masalah bagi pabrik tempe Asli HB Samarinda.

Penelitian ini akan membuat model sistem produksi dengan menggunakan petri net dan aljabar Max-Plus untuk menyelesaikan permasalahan waktu produksi pada produksi tempe di pabrik tempe Asli HB Samarinda. Penelitian ini berfokus pada lamanya waktu produksi di setiap tahap dalam satu siklus produksi pada hari kerja di pabrik tempe Asli HB Samarinda.

METHOD

Metode penelitian yang diterapkan mencakup beberapa tahapan, antara lain:

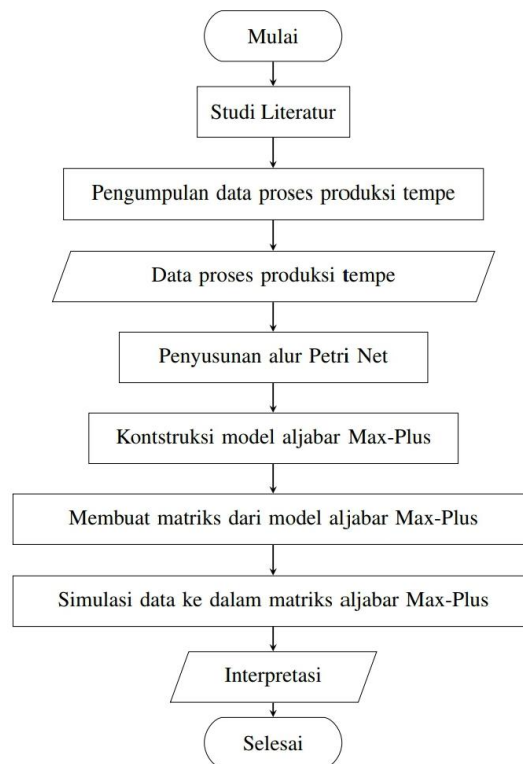
1. Pengumpulan Data. Data dalam penelitian ini diperoleh melalui hasil wawancara dengan pengelola pabrik tempe Asli HB Samarinda pada tanggal 13 Juli 2024 di pabrik tempe Asli HB Samarinda. Data yang menjadi fokus utama dalam penelitian ini adalah data proses pembuatan tempe di pabrik tempe Asli HB Samarinda. Data yang dikumpulkan adalah data tahap-tahap proses produksi di pabrik tempe Asli HB Samarinda dan data rata-rata lama waktu proses produksi tempe pada setiap tahap produksi;
2. Mengonstruksi model petri net dari sistem produksi pabrik tempe Asli HB Samarinda menjadi bentuk *coverability tree*. Data yang digunakan adalah data tahap-tahap proses produksi;
3. Mengonstruksi model berdasarkan aturan aljabar Max-Plus dengan waktu (Rudhito, 2020),

$$\begin{aligned}x(t) &= A \otimes x(t-1) \oplus B \otimes u(t) \\ y(t-1) &= C \otimes x(t-1)\end{aligned}$$

untuk $t = 1, 2, 3, \dots$ dengan kondisi awal $x(0) = x_0$, $A \in R_{max}^{n \times n}$, $B \in R_{max}^{n \times m}$, $C \in R_{max}^{l \times n}$. Vektor $x(t) \in R_{max}^n$ menyatakan keadaan (*state*), $u(t) \in R_{max}^m$ adalah vektor *input*, dan $y(t) \in R_{max}^l$ adalah vektor *output* sistem saat waktu ke- t ;

4. Membuat matriks dari model aljabar Max-Plus yang telah diperoleh;
5. Mensimulasikan data rata-rata lama waktu proses produksi tempe pada setiap tahap produksi ke dalam matriks aljabar Max-Plus untuk memperoleh waktu optimal atau waktu minimum produksi tempe;
6. Interpretasi dan pembahasan hasil simulasi sehingga diperoleh waktu optimal atau waktu minimum produksi tempe di pabrik tempe Asli HB Samarinda.

Alur metode penelitian dapat dilihat pada gambar berikut:



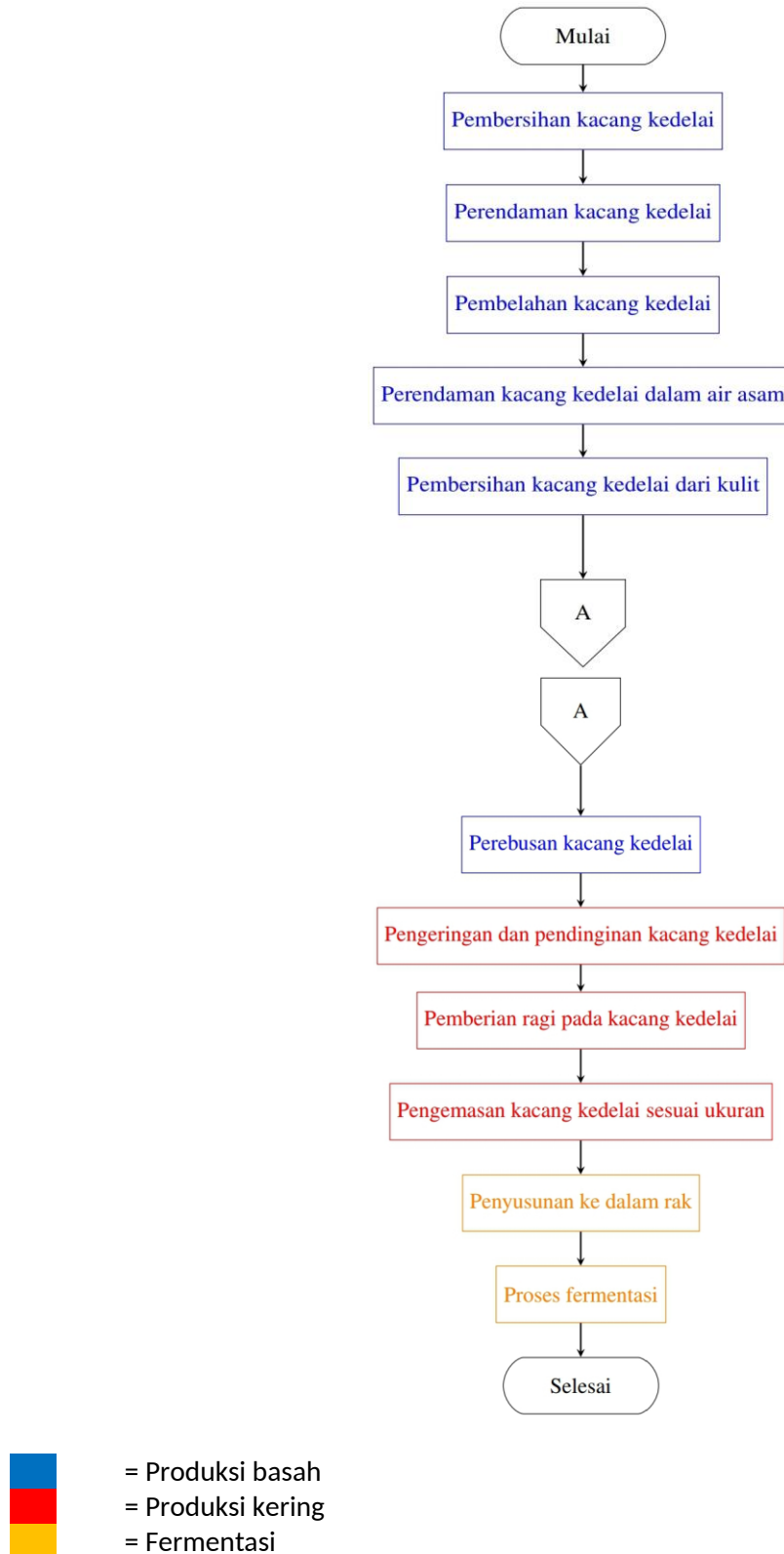
Gambar 1. Kerangka Penelitian

RESULTS

Proses produksi tempe di pabrik tempe Asli HB Samarinda dibagi menjadi tiga tahap utama, yaitu produksi basah yang dilakukan oleh 10 pekerja, produksi kering yang dilakukan oleh 14 pekerja, dan fermentasi. Pada setiap siklus produksi tempe di pabrik tempe Asli HB Samarinda, sebanyak 1000 kg kacang kedelai diolah. Sebelum proses produksi dimulai, dilakukan langkah-langkah persiapan untuk memastikan bahwa semua peralatan dan bahan yang dibutuhkan telah siap dan tersedia. Adapun tahapan produksi tempe di pabrik tempe Asli HB Samarinda secara detail dituliskan sebagai berikut.

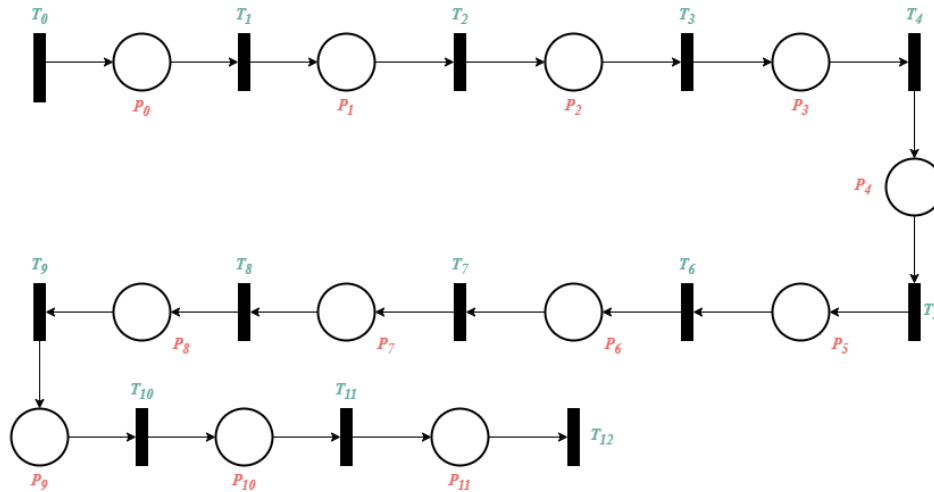
1. Produksi basah
 - a. Pembersihan kacang kedelai menggunakan alat untuk menghilangkan kotoran
 - b. Perendaman kacang kedelai agar lebih lunak
 - c. Pembelahan kacang kedelai menggunakan mesin pembelah dan pemisah kulit
 - d. Perendaman kacang kedelai dalam air asam
 - e. Pembersihan kacang kedelai dari kulit menggunakan alat
 - f. Perebusan kacang kedelai
2. Produksi kering
 - a. Pengeringan dan pendinginan kacang kedelai
 - b. Pemberian ragi pada kacang kedelai
 - c. Pengemasan kacang kedelai sesuai ukuran
3. Fermentasi
 - a. Penyusunan kacang kedelai yang sudah dikemas ke dalam rak
 - b. Proses fermentasi
4. Proses produksi selesai dan siap didistribusikan

Gambar 2 menunjukkan diagram alir model sistem produksi di atas, dengan penjelasan sebagai berikut.



Gambar 2. Alur Produksi Tempe Asli HB Samarinda

Gambar 3 menunjukkan bagaimana sistem dapat dimodelkan ke dalam model Petri Net berdasarkan sistem produksi yang dihasilkan.



Gambar 3. Model Petri Net Produksi Tempe Asli HB Samarinda

Petri Net pada Gambar 3 terdiri dari dua jenis himpunan titik yaitu himpunan *place* dan transisi. Himpunan berhingga *place* yaitu $P = \{P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8, P_9, P_{10}, P_{11}\}$ dengan masing-masing *place* menyatakan bahwa produksi tempe akan dimulai di P_0 , pembersihan kacang kedelai di P_1 , perendaman kacang kedelai di P_2 , pembelahan kacang kedelai di P_3 , perendaman kacang kedelai dalam air asam di P_4 , pembersihan kacang kedelai dari kulit di P_5 , perebusan kacang kedelai di P_6 , pengeringan dan pendinginan kacang kedelai di P_7 , pemberian ragi pada kacang kedelai di P_8 , pengemasan kacang kedelai sesuai ukuran di P_9 , penyusunan kacang kedelai yang sudah dikemas ke dalam rak di P_{10} , dan proses fermentasi di P_{11} .

Himpunan berhingga transisi pada Gambar 3 yaitu

$$T = \{T_0, T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7, T_8, T_9, T_{10}, T_{11}, T_{12}\}$$

dengan masing-masing transisi menyatakan bahwa kondisi produksi tempe akan dimulai di T_0 , kondisi pembersihan kacang kedelai di T_1 , kondisi perendaman kacang kedelai di T_2 , kondisi pembelahan kacang kedelai di T_3 , kondisi perendaman kacang kedelai dalam air asam di T_4 , kondisi pembersihan kacang kedelai dari kulit di T_5 , kondisi perebusan kacang kedelai di T_6 , kondisi pengeringan dan pendinginan kacang kedelai di T_7 , kondisi pemberian ragi pada kacang kedelai di T_8 , kondisi pengemasan kacang kedelai di T_9 , kondisi penyusunan kacang kedelai yang sudah dikemas ke dalam rak di T_{10} , kondisi proses fermentasi di T_{11} , dan kondisi produksi tempe selesai di T_{12} .

Berikut merupakan variabel-variabel yang digunakan dalam model aljabar Max-Plus dengan waktu.

$T_0(t)$ = waktu produksi tempe dimulai periode ke- t ,

$T_1(t)$ = waktu proses pembersihan kacang kedelai periode ke- t ,

$T_2(t)$ = waktu proses perendaman kacang kedelai periode ke- t ,

$T_3(t)$ = waktu proses pembelahan kacang kedelai periode ke- t ,

$T_4(t)$ = waktu proses perendaman kacang kedelai dalam air asam periode ke- t ,

$T_5(t)$ = waktu proses pembersihan kacang kedelai dari kulit periode ke- t ,

$T_6(t)$ = waktu proses perebusan kacang kedelai periode ke- t ,

$T_7(t)$ = waktu proses pengeringan dan pendinginan kacang kedelai periode ke- t ,

$T_8(t)$ = waktu proses pemberian ragi pada kacang kedelai periode ke- t ,

$T_9(t)$ = waktu proses pengemasan kacang kedelai sesuai ukuran periode ke- t ,

$T_{10}(t)$ = waktu proses penyusunan ke dalam rak ke- t ,

$T_{11}(t)$ = waktu proses fermentasi periode ke- t , dan

$T_{12}(t)$ = waktu produksi tempe selesai periode ke- t .

Adapun variabel-variabel yang menunjukkan lama waktu pada setiap prosesnya sebagai berikut:

$V_{T_0,t}$ = lamanya produksi tempe dimulai periode ke- t ,

$V_{T_1,t}$ = lamanya proses pembersihan kacang kedelai periode ke- t ,

$V_{T_2,t}$ = lamanya proses perendaman kacang kedelai periode ke- t ,

$V_{T_3,t}$ = lamanya proses pembelahan kacang kedelai periode ke- t ,

$V_{T_4,t}$ = lamanya proses perendaman kacang kedelai dalam air asam periode ke- t ,

$V_{T_5,t}$ = lamanya proses pembersihan kacang kedelai dari kulit periode ke- t ,

$V_{T_6,t}$ = lamanya proses perebusan kacang kedelai periode ke- t ,

$V_{T_7,t}$ = lamanya proses pengeringan dan pendinginan kacang kedelai periode ke- t ,

$V_{T_8,t}$ = lamanya proses pemberian ragi pada kacang kedelai periode ke- t ,

$V_{T_9,t}$ = lamanya proses pengemasan kacang kedelai sesuai ukuran periode ke- t ,

$V_{T_{10},t}$ = lamanya proses penyusunan ke dalam rak ke- t ,

$V_{T_{11},t}$ = lamanya proses fermentasi periode ke- t , dan

$V_{T_{12},t}$ = lamanya produksi tempe selesai periode ke- t .

Berdasarkan Gambar 3, diperoleh model aljabar Max-Plus dengan waktu menggunakan variabel-variabel di atas sebagai berikut.

$$T_0(t) = V_{T_0,t} \otimes T_0(t-1)$$

$$\begin{aligned} T_1(t) &= V_{T_1,t} \otimes T_0(t) \\ &= V_{T_1,t} \otimes V_{T_0,t} \otimes T_0(t-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_2(t) &= V_{T_2,t} \otimes T_1(t) \\ &= V_{T_2,t} \otimes V_{T_1,t} \otimes V_{T_0,t} \otimes T_0(t-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_3(t) &= V_{T_3,t} \otimes T_2(t) \\ &= V_{T_3,t} \otimes V_{T_2,t} \otimes V_{T_1,t} \otimes V_{T_0,t} \otimes T_0(t-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_4(t) &= V_{T_4,t} \otimes T_3(t) \\ &= V_{T_4,t} \otimes V_{T_3,t} \otimes V_{T_2,t} \otimes V_{T_1,t} \otimes V_{T_0,t} \otimes T_0(t-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_5(t) &= V_{T_5,t} \otimes T_4(t) \\ &= V_{T_5,t} \otimes V_{T_4,t} \otimes V_{T_3,t} \otimes V_{T_2,t} \otimes V_{T_1,t} \otimes V_{T_0,t} \otimes T_0(t-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_6(t) &= V_{T_6,t} \otimes T_5(t) \\ &= V_{T_6,t} \otimes V_{T_5,t} \otimes V_{T_4,t} \otimes V_{T_3,t} \otimes V_{T_2,t} \otimes V_{T_1,t} \otimes V_{T_0,t} \otimes T_0(t-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_7(t) &= V_{T_7,t} \otimes T_6(t) \\ &= V_{T_7,t} \otimes V_{T_6,t} \otimes V_{T_5,t} \otimes V_{T_4,t} \otimes V_{T_3,t} \otimes V_{T_2,t} \otimes V_{T_1,t} \otimes V_{T_0,t} \otimes T_0(t-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_8(t) &= V_{T_8,t} \otimes T_7(t) \\ &= V_{T_8,t} \otimes V_{T_7,t} \otimes V_{T_6,t} \otimes V_{T_5,t} \otimes V_{T_4,t} \otimes V_{T_3,t} \otimes V_{T_2,t} \otimes V_{T_1,t} \otimes V_{T_0,t} \otimes T_0(t-1) \end{aligned}$$

$$T_9(t) = V_{T_9,t} \otimes T_8(t)$$

$$\begin{aligned}
&= V_{T_9,t} \otimes V_{T_8,t} \otimes V_{T_7,t} \otimes V_{T_6,t} \otimes V_{T_5,t} \otimes V_{T_4,t} \otimes V_{T_3,t} \otimes V_{T_2,t} \otimes V_{T_1,t} \otimes V_{T_0,t} \otimes T_0(t-1) \\
T_{10}(t) &= V_{T_{10},t} \otimes T_9(t) \\
&= V_{T_{10},t} \otimes V_{T_9,t} \otimes V_{T_8,t} \otimes V_{T_7,t} \otimes V_{T_6,t} \otimes V_{T_5,t} \otimes V_{T_4,t} \otimes V_{T_3,t} \otimes V_{T_2,t} \\
&\quad \otimes V_{T_1,t} \otimes V_{T_0,t} \otimes T_0(t-1) \\
T_{11}(t) &= V_{T_{11},t} \otimes T_{10}(t) \\
&= V_{T_{11},t} \otimes V_{T_{10},t} \otimes V_{T_9,t} \otimes V_{T_8,t} \otimes V_{T_7,t} \otimes V_{T_6,t} \otimes V_{T_5,t} \otimes V_{T_4,t} \otimes V_{T_3,t} \otimes V_{T_2,t} \\
&\quad \otimes V_{T_1,t} \otimes V_{T_0,t} \otimes T_0(t-1) \\
T_{12}(t) &= V_{T_{12},t} \otimes T_{11}(t) \\
&= V_{T_{12},t} \otimes V_{T_{11},t} \otimes V_{T_{10},t} \otimes V_{T_9,t} \otimes V_{T_8,t} \otimes V_{T_7,t} \otimes V_{T_6,t} \otimes V_{T_5,t} \otimes V_{T_4,t} \otimes V_{T_3,t} \otimes V_{T_2,t} \\
&\quad \otimes V_{T_1,t} \otimes V_{T_0,t} \otimes T_0(t-1)
\end{aligned}$$

Dimisalkan

$$\begin{aligned}
a &= V_{T_1,t} \otimes V_{T_0,t} & g &= f \otimes V_{T_7,t} \\
b &= a \otimes V_{T_2,t} & h &= g \otimes V_{T_8,t} \\
c &= b \otimes V_{T_3,t} & i &= h \otimes V_{T_9,t} \\
d &= c \otimes V_{T_4,t} & j &= i \otimes V_{T_{10},t} \\
e &= d \otimes V_{T_5,t} & k &= j \otimes V_{T_{11},t} \\
f &= e \otimes V_{T_6,t} & l &= k \otimes V_{T_{12},t}
\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh, model sistem produksi tempe di pabrik tempe Asli HB Samarinda dalam bentuk matriks aljabar Max-Plus dengan waktu yaitu,

$$T_j(t) = A \otimes T_j(t-1) \quad [1]$$

untuk $t = 1, 2, 3, \dots, n$, dengan $n \in \mathbb{N}$. Sehingga,

$$T_j(t) = \begin{bmatrix} T_0(t) \\ T_1(t) \\ T_2(t) \\ T_3(t) \\ T_4(t) \\ T_5(t) \\ T_6(t) \\ T_7(t) \\ T_8(t) \\ T_9(t) \\ T_{10}(t) \\ T_{11}(t) \\ T_{12}(t) \end{bmatrix}, \quad T_j(t-1) = \begin{bmatrix} T_0(t-1) \\ T_1(t-1) \\ T_2(t-1) \\ T_3(t-1) \\ T_4(t-1) \\ T_5(t-1) \\ T_6(t-1) \\ T_7(t-1) \\ T_8(t-1) \\ T_9(t-1) \\ T_{10}(t-1) \\ T_{11}(t-1) \\ T_{12}(t-1) \end{bmatrix}$$

Copyright © 2025, Journal of Mathematics Education and Science

Diketahui keadaan awal,

$$T_j(t) = \begin{bmatrix} T_0(t) \\ T_1(t) \\ T_2(t) \\ T_3(t) \\ T_4(t) \\ T_5(t) \\ T_6(t) \\ T_7(t) \\ T_8(t) \\ T_9(t) \\ T_{10}(t) \\ T_{11}(t) \\ T_{12}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

maka diperoleh produksi ke- t untuk $t = 1$ yaitu

$$T_j(1) = \begin{bmatrix} T_0(1) \\ T_1(1) \\ T_2(1) \\ T_3(1) \\ T_4(1) \\ T_5(1) \\ T_6(1) \\ T_7(1) \\ T_8(1) \\ T_9(1) \\ T_{10}(1) \\ T_{11}(1) \\ T_{12}(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 305 \\ 310 \\ 910 \\ 915 \\ 965 \\ 1017 \\ 1137 \\ 1677 \\ 1857 \\ 4737 \\ 4737 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan hasil tersebut, dapat diperoleh waktu memulai proses produksi tempe adalah 0 menit. Memasuki produksi basah, waktu pembersihan kacang kedelai adalah 5 menit setelah waktu memulai proses pertama, waktu perendaman kacang kedelai adalah 5 menit sampai 305 menit kemudian atau 5 jam 5 menit setelah waktu memulai proses pertama, waktu pembelahan kacang kedelai adalah 305 menit sampai 310 menit kemudian atau 5 jam 10 menit setelah waktu memulai proses pertama, waktu perendaman kacang kedelai dalam air asam adalah 310 menit sampai 910 menit kemudian atau 15 jam 10 menit setelah waktu memulai proses pertama, waktu pembersihan kacang kedelai dari kulit adalah 910 menit sampai 915 menit kemudian atau 15 jam 15 menit setelah waktu memulai proses pertama, dan waktu perebusan kacang kedelai adalah 915 menit sampai 965 menit kemudian atau 16 jam 5 menit setelah waktu memulai proses pertama. Selanjutnya memasuki produksi kering, waktu pengeringan dan pendinginan kacang kedelai adalah 965 menit sampai 1017 menit kemudian atau 16 jam 57 menit setelah waktu memulai proses pertama, waktu pemberian ragi adalah 1017 menit sampai 1137 menit kemudian atau 18 jam 57 menit setelah waktu memulai proses pertama, dan waktu pengemasan sesuai ukuran adalah 1137 menit sampai 1677 menit kemudian atau 27 jam 57 menit setelah waktu memulai proses pertama. Kemudian memasuki fermentasi, waktu penyusunan ke dalam rak adalah 1677 menit sampai 1857 menit kemudian atau 30 jam 57 menit setelah waktu memulai proses pertama dan waktu proses fermentasi adalah 1857 menit sampai 4737 menit kemudian atau 78 jam 57 menit setelah waktu

memulai proses pertama. Kemudian waktu produksi selesai adalah 4737 menit atau 78 jam 57 menit yaitu 3 hari 6 jam 57 menit setelah waktu memulai proses pertama.

DISCUSSION

Sistem produksi tempe pada pabrik tempe Asli HB Samarinda dapat dimodelkan dengan menggunakan petri net dan aljabar Max-Plus. Sistem produksi tempe di pabrik tempe Asli HB Samarinda merupakan sistem produksi linier, yang artinya setiap tahap dalam proses produksi harus diselesaikan secara berurutan sebelum tahap berikutnya dapat dimulai. Dengan kata lain, seluruh tahapan produksi saling bergantung, sehingga tidak ada tahapan yang bisa dilakukan bersamaan atau dipercepat dengan menjalankan proses secara paralel. Akibatnya, waktu total untuk menyelesaikan produksi tempe sepenuhnya bergantung pada akumulasi waktu dari setiap tahap produksi.

Dalam proses produksi tempe di pabrik tempe Asli HB Samarinda tidak ada tahapan yang bisa dikerjakan secara paralel, akibatnya jalur kritis dalam proses produksi tempe ini adalah keseluruhan jalur produksi itu sendiri. Hal ini disebabkan tidak adanya cabang produksi atau tahapan yang memiliki waktu luang (*slack*) yang bisa dimanfaatkan untuk mempercepat proses. Setiap tahap berperan penting dan waktu penyelesaian hanya bisa dipersingkat jika waktu di salah satu tahapan berhasil dikurangi. Pada penelitian selanjutnya, dapat menggunakan aljabar Max-Plus dan petri net dalam menganalisis proses produksi yang bersifat non-linier serta memiliki tahapan yang lebih rumit.

CONCLUSION

Sistem produksi tempe di Pabrik Tempe Asli HB Samarinda dapat direpresentasikan melalui pemodelan menggunakan Petri Net dan aljabar Max-Plus. Pemodelan tersebut menghasilkan matriks aljabar Max-Plus dengan waktu dan dilakukan simulasi berdasarkan data waktu produksi ke- t . Waktu optimal pembuatan tempe di pabrik tempe Asli HB Samarinda adalah 4737 menit atau 3 hari 6 jam 57 menit. Waktu optimal atau minimum untuk menyelesaikan produksi tempe sepenuhnya bergantung pada akumulasi waktu dari setiap tahap produksi. Karena sistem produksi tempe di pabrik tempe Asli HB Samarinda merupakan sistem produksi linier.

ACKNOWLEDMENT

Penulis menyampaikan apresiasi kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mulawarman atas dukungan yang telah diberikan dalam pelaksanaan penelitian ini.

AI ACKNOWLEDMENT

The authors acknowledge the use of [Chat GPT, chatgpt.com] to [paraphrase several sentences]. The prompts used include [paraphrase]. The output from these prompts was used to [paraphrase several sentences]. While the authors acknowledge the usage of AI, they maintain that they are the sole authors of this article and take full responsibility for the content therein, as outlined in COPE recommendations.

INFORMED CONSENT

The authors have obtained informed consent from all participants.

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare that there is no conflict of interest.

REFERENCE

- Afifah, Y. N., & Putra, B. C. (2018). Model Matematika Aliran Tak Tunak pada Nano Fluid Melewati Bola Tennis dengan Pengaruh Medan Magnet. *Teknika: Engineering and Sains Journal*, 2(2), 119-124.
- Daniel, F., & Taneo, P. N. (2020). *Teori Graf*.
- Dhuha, S., Sukanta, & Wahyudin, W. (2023). Analisis Proses Produksi Gasket di PT. Mitramas Muda Mandiri Karawang. *Jurnal Ilmiah Wahana Pendidikan*, 9(4), 518-526.
- Khotimah, S. H., A'yun, Q. Q., & Wasono, W. (2024). Pemodelan Sistem Antrean Pelayanan Pembayaran Pajak Kendaraan Bermotor Menggunakan Petri Net dan Aljabar Max-Plus di Samsat MT Haryono Samarinda. *Journal of Mathematics Education and Science*, 7(1), 65-75.
- Kismanti, S. T., & Indriyani, D. (2021). Penerapan Aljabar pada Sistem Produksi. *Jurnal Borneo Saintek*, 4(1), 37-42.
- Ndii, M. Z. (2022). *Pemodelan Matematika*. Penerbit NEM.
- Nurlela, N., Faisol, A., & Fitriani, F. (2022). Model Petri Net Sistem Pembayaran Pajak Kendaraan Bermotor Jenis 5 Tahun. *Jambura Journal of Mathematics*, 4(1), 33-40.
- Prastiwi, L., & Listiana, Y. (2017). The Application of Max-Plus Algebra to Determine The Optimal Time of Ikat Kupang Woven Production. *International Journal of Computing Science and Applied Mathematics*, 3(2), 77-80.
- Rahayuningsih, S. (2018). *Teori Graph dan Penerapannya*. Program Studi Pendidikan Matematika IKIP Budi Utomo Malang, 1-151.
- Rudhito, M. A. (2020). *Aljabar Max-plus dan Penerapannya*. Sanata Dharma University Press.
- Subiono, S. (2015). *Aljabar Max-Plus dan Terapannya*. Institut Teknologi Sepuluh November.
- Suryani, E., Hendrawan, R. A., & Rahmawati, U. E. (2021). *Implementasi Model Simulasi Sistem Dinamik dalam Industri Jagung*. Deepublish.
- Watiy, L. E., Syaripuddin, S., & A'yun, Q. Q. (2023). Penerapan Aljabar Max-Plus pada Pengaturan Durasi Waktu Lalu Lintas di Simpang Empat Air Putih Samarinda. *Basis: Jurnal Ilmiah Matematika*, 2(1), 57-65.
- Yahya, L., Nurwan, N., & Resmawan, R. (2022). Menentukan Waktu Optimal untuk Pembuatan Kerajinan Sulaman Karawo Menggunakan Aljabar Max-Plus. *Vygotsky: Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika*, 4(1), 23-34.